

## Die Oberflächenspannung

### Was verbirgt sich hinter der Oberflächenspannung?

Hinter dem Begriff Spannung verbirgt sich in gewisser Weise immer eine Kraft. In Zusammenhang mit Oberflächen versteht man darunter die Kraft, die in einer Oberfläche ausgeübt wird. Hier kann das Beispiel des Wasserläufers (ein Insekt) zur Veranschaulichung herangezogen werden. Ein Wasserläufer, der auf einer Wasseroberfläche steht, müßte auf Grund seines Eigengewichtes eigentlich im Wasser versinken, aber dies ist offensichtlich nicht der Fall. Es sieht vielmehr so aus als würde er festen Boden unter den Füßen haben.

Die Erklärung für dieses Phänomen liegt in der molekularen Beschaffenheit von Wasser bzw. vieler anderer Flüssigkeiten. Betrachten wir die Beschaffenheit von Wasser genauer, so stellt wir fest, daß es aus dipolaren Molekülen besteht und sich daher die Moleküle durch eine elektrostatische und eine Kohäsionskraft anziehen. Diese Kraft wirkt aber nur in einem bestimmten Feld um das Molekül und sind in alle Richtungen gleich, d.h. ein Molekül im inneren der Flüssigkeit ist kräftefrei, weil es von genügend anderen Molekülen umgeben ist, welche genau mit demselben Betrag der Kraft entgegenwirken. Ausnahmen bilden nur die Moleküle, die sehr dicht an der Oberfläche sitzen, denn hier sind sie räumlich nicht komplett von ihresgleichen umgeben. Somit entsteht eine resultierende Kraft, deren Vektor von der Oberfläche weg zeigt. Diese Kraft nennt man Oberflächenspannung.

Aus den oben angeführten Überlegungen können wir auch noch ein weiteres Phänomen erklären, und zwar die Bildung von runden Tropfen. Da wir ein Feld um die einzelnen Moleküle haben, ordnen sich diese immer kugelförmig aneinander, wenn sie nach außen in den Raum kräftefrei sind (z.B. schwebender Wassertropfen). Was dabei noch auffällt ist, daß diese Form ein maximales Volumen bei einer minimalen Oberfläche aufweist. Dies können wir auch mit Hilfe der Anziehungskräfte der Moleküle begründen. Denn hier ist es so, daß die Lageänderung eines Moleküls Energie benötigt, aber die Energie eines einzelnen Moleküls nicht ausreicht, um die Anziehungskraft des benachbarten zu überwinden. In anderen Worten ausgedrückt ist die resultierende Kraft nach oben kleiner als die Kraft in Richtung Inneres.

Es ist daher auch offensichtlich, daß wir für verschiedene Flüssigkeiten unterschiedliche Oberflächenspannungen haben, woraus jeweils eine spezifische Oberflächenspannung  $\sigma$  [N/m] resultiert. Somit können wir eine Formel für die Arbeit  $W_{Ob}$  einer Oberfläche definieren, die aufgebracht werden muß, um diese zu durchdringen:

$$W_{Ob} = \sigma \cdot A$$

Wobei A die Fläche beschreibt. Aus dieser Formel kann man die Kraft F ableiten, die diese Oberfläche ausübt. Setzen wir die Arbeit  $W_{Ob}$  der allgemeinen Arbeitsgleichung ( $W=F \cdot s$ ) gleich und ersetzen wir die Oberfläche A durch  $l \cdot s$ , so erhalten wir die Gleichung:

$$F = \sigma \cdot l$$

Hier ist l gleichbedeutend mit der Länge, die in Betracht gezogen wird. Diese Formel ist allerdings sehr theoretisch, da sie sich nur auf eine zweidimensionale Betrachtung bezieht. Um sie allgemeiner zu formulieren, müßten wir l durch U für Umfang ersetzen, da jeder Körper, der auf die Oberfläche einwirkt, nicht nur mit seiner einfachen Länge wirkt.

Bestimmungsarten der Oberflächenspannung

Eine Bestimmung der Oberflächenspannung ist am leichtesten über einen Kräfteansatz zu realisieren. Hierbei wird die Formel  $F = \sigma \cdot l$  gleichgesetzt mit einer anderen Formel, die sich je nach Art des Versuches unterscheiden kann. Als ein einfach durchzuführender Versuch eignet sich die Betrachtung der Steighöhe einer Flüssigkeit in einem sehr dünnen Rohr, auch Kapillare genannt. Bei der Durchführung des Versuches ist auf jeden Fall darauf zu achten, daß die Oberfläche der Kapillare mit einem dünnen Film der Flüssigkeit bezogen ist, um somit eine möglichst große Oberfläche zu erreichen, dies wird auch als benetzen bezeichnet. Danach wird das Kapillare in einen Behälter mit derselben Flüssigkeit gebracht. Hierbei müßte die Oberflächenspannung im Inneren des Kapillars die Flüssigkeit anheben, bis ein Gleichgewicht der Kräfte erreicht ist. Daraus läßt sich dann eine Formel für die Berechnung von  $\sigma$  in Abhängigkeit von  $r$  (Radius des Kapillars) und der gemessenen Höhe herleiten:

$$\begin{aligned}
 (F_{\text{Wasser}}) &= F_{\text{Ob}} \\
 (m_{\text{Wasser}}) \cdot g &= \sigma \cdot (l) \\
 \frac{(2r)^2 \pi}{4} h \zeta \cdot g &= \sigma \cdot d\pi \quad \Rightarrow \quad h = \frac{4 \cdot \sigma}{d \cdot \zeta \cdot g}
 \end{aligned}$$

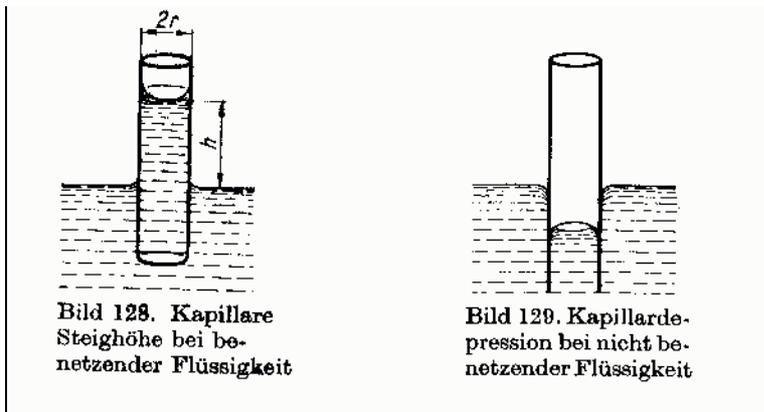


Bild 128. Kapillare Steighöhe bei benetzender Flüssigkeit

Bild 129. Kapillardepression bei nicht benetzender Flüssigkeit

An dieser Stelle ist noch ein kleiner Nachtrag nötig, denn nicht alle Flüssigkeiten können einen Körper mit einem Film überziehen, da ihre zwischenmolekularen zu groß sind, z.B. Quecksilber. Diese Flüssigkeiten werden als nicht benetzend bezeichnet. Allerdings können wir die Oberflächenspannung auch bestimmen, indem einfach die

Luftsäule zwischen Oberfläche und dem Flüssigkeitsspiegel im Kapillare gemessen wird (Überdruckl = |Flüssigkeitssäulel / hydrostatische Paradoxum).

<sup>1</sup> Bild 128; 129: Physik; Gerthsen, Kneser, Vogel; 16. Auflage; Seite 94

Versuchsdurchführung

Messung der Abrißkraft

Bei diesem Versuch befestigen wir einen Metallring an einem Kraftmesser und tauchen ihn in eine Flüssigkeit, deren Oberflächenspannung gemessen werden soll. Hierbei beziehen wir uns auf die Formel  $F_{Ab} = \sigma \cdot l$ , wobei berücksichtigt werden muß, daß der Metallring eine äußere und eine innere Länge besitzt. Als erstes wird die Kraft gemessen, die der Ring auf den Kraftmesser ausübt. Danach wird ein Gefäß mit einer Flüssigkeit gefüllt und mit einem Hubtisch hochgehoben, bis der Ring die Flüssigkeit berührt. Anschließend wird der Tisch nach unten gefahren, wobei die Kraft gemessen wird ab der sich der Ring von der Flüssigkeit löst.

$F_{Luft} = 50,5mN$

$d_{1\ Ring} = 60,0mm \pm 0,2mm$

$d_{2\ Ring} = 68,0mm \pm 0,2mm$

Versuchs Nr.	1	2	3	4	Mittelwert	Standardabweichung	Flüssigkeit
FAnriß/mN	71	72	72,2	72,5	21,43	0,65	Leitungswasser
FAnriß/mN	77,5	77,3	78	78	27,20	0,36	destilliertes Wasser
FAnriß/mN	62,5	62,5	62,5	62,3	11,95	0,10	weiches Wasser
FAnriß/mN	60,1	60,1	60,1	60,3	9,65	0,10	Ethanol

$$\sigma = \frac{\sum_{n=1}^4 (F_{Abrißn} - F_{Ring})}{(d_{1\ Ring} + d_{2\ Ring}) \cdot \pi} = \frac{\sum_{n=1}^4 (F_{Abrißn} - F_{Ring})}{0,4021m}$$

Flüssigkeit	$\sigma$	
Leitungswasser	53,29mN/m	+/- 3,03%
destilliertes Wasser	69,13mN/m	+/- 1,31%
weiches Wasser	29,72mN/m	+/- 0,84%
Ethanol	24,00mN/m	+/- 1,04%

$$s_{L-wasser} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (F_i - \bar{F})^2}{3}} = \underline{\underline{0,65mN}}$$

$$\text{Fehler} = \frac{\frac{\bar{F} + s}{l} - \frac{\bar{F}}{l}}{\frac{\bar{F}}{l}} = \frac{\frac{21,43mN + 0,65mN}{0,4021m} - \frac{21,43mN}{0,4021m}}{\frac{21,43mN}{0,4021m}} = \underline{\underline{0,030331}} = 3,03\%$$

Steighöhe im Kapillar

Bei diesem Versuch wird die Steighöhe von Leitungswasser mit und ohne Spülmittel untersucht. Als erstes wird ein Gefäß, in das die Vorrichtung der Kapillare paßt, mit Leitungswasser gefüllt. Der zweite Schritt ist die Benetzung der Kapillare. Hierzu werden Kapillare mit verschiedenen Durchmessern in die Flüssigkeit gestellt und anschließend mit Hilfe von Unterdruck benetzt. Nachdem der Unterdruck wieder abgebaut wurde fällt die Flüssigkeitssäule bis zu einer Höhe h ab. Diese ist dann von der Oberfläche der Flüssigkeit zu messen.

Die Durchführung des Versuchs zeigte sich als äußerst ungenau, da für die Bestimmung der Durchmesser der Kapillare und deren Steighöhen nur ein Lineal mit Millimetermarkierungen zur Verfügung standen. Außerdem wurde die exakte Bestimmung der Steighöhe noch durch paralaxe Fehler beeinträchtigt (rundes Gefäß → Linsenwirkung; Flüssigkeit steigt am Maßband auf). Damit die Formel für die Bestimmung von  $\sigma$  in Kapillare angewendet werden kann, muß zusätzlich noch die Dichte der Flüssigkeit mit Hilfe der Morschen Waage gemessen werden. Die hier auftretenden Fehler bestehen darin, daß die Oberflächenspannung auch auf die Verbindungsstange zwischen Auftriebskörper und Waage auswirken, was den Abgleich sehr erschwert. Alles in allem können wir sagen, daß den Ergebnissen eher Schätzwerte als Meßwerte zu Grunde liegen.

$d_{\text{Kapillar}}/\text{mm}$	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	$h_0/\text{mm}$	Dichte in $\text{g}/\text{cm}^3$
Leitungswasser/mm	53,5	39,5	28,0	24,5	22,5	17,0	0,9984
weiches Wasser/mm	49,5	39,0	35,5	33,0	33,0	28,5	0,9985

$1/d_{\text{Kapillar}}$ in 1/mm	2		1,0		0,66		0,5		0,33	
Abweichungen bei Ablesefehler von 0.25mm in 1/mm	li. 1,4	Re. 4,0	li. 0,8	re. 1,3	li. 0,6	re. 0,8	li. 0,5	re. 0,6	li. 0,4	re. 0,3
Leitungswasser/mm	36,5		22,5		11,0		7,5		5,5	
weiches Wasser/mm	21,0		10,5		7,0		4,5		4,5	

Ablesefehler von den Durchmessern der Kapillare:

$$\frac{1}{d_{n \text{ Abw. li}}} = \frac{1}{d_n + 0,25\text{mm}} = \frac{1}{0,5\text{mm} + 0,25\text{mm}} = 1,33 \frac{1}{\text{mm}} \cong \underline{\underline{1,4 \frac{1}{\text{mm}}}}$$

$$\frac{1}{d_{n \text{ Abw. re}}} = \frac{1}{d_n - 0,25\text{mm}} = \frac{1}{0,5\text{mm} - 0,25\text{mm}} = 4 \frac{1}{\text{mm}}$$

### Bestimmung der Oberflächenspannung über die Steigung der Graphen

$$h = \frac{4 \cdot \sigma}{\zeta \cdot g} \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{4 \cdot \sigma}{\zeta \cdot g} = \text{konst.} = k$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot x \Rightarrow \frac{4 \cdot \sigma}{\zeta \cdot g} = \text{Steigung}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 \cdot \sigma}{\zeta \cdot g} \Rightarrow \sigma = \frac{\Delta y \cdot \zeta \cdot g}{\Delta x \cdot 4}$$

$$\sigma_{\text{L. Wasser}} = \frac{(26,6 - 17,8)\text{mm} \cdot 0,9984 \frac{\text{mg}}{\text{mm}^3} \cdot 9,81 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{mg}}}{(1,5 - 1) \frac{1}{\text{mm}} \cdot 4} = \underline{\underline{0,043 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}}}}$$

	<b>Dy/Dx mm<sup>2</sup></b>	<b>Dichte g/cm<sup>3*</sup></b>	<b><math>\sigma</math> N/m</b>
<b>Leitungswasser</b>	17,6	0,9984	0,043
<b>weiches Wasser</b>	10,5	0,9985	0,026

Alles in allem konnten über die Versuchsdurchführung die theoretische Grundlage bewiesen werden, auch wenn die Meßergebnisse nicht mit Tabellenwerten übereinstimmen ist dies wohl mit den ungenauen Meßgeräten, Ablesefehlern und nicht idealisierten Bedingungen zu erklären.