Auswertung zum Praktikum Grundlagen der Meßtechnik

Versuch Nr.: 4 Kapazitätsmessung in der Wechselstrombrücke

Theoretische Grundlagen

Die Kapazitätsmessung an einem Kondensator kann sehr kompliziert sein. Dies liegt nicht zuletzt an der Frequenzabhängigkeit des Wechselstromwiderstandes X_C:

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Mit der aus der Gleichstromtechnik bekannten Wheatstonsche Meßbrücke kann man, wenn man sie als Wechselstrombrücke (Bild 4.1) benutzt, Kapazitäten messen.

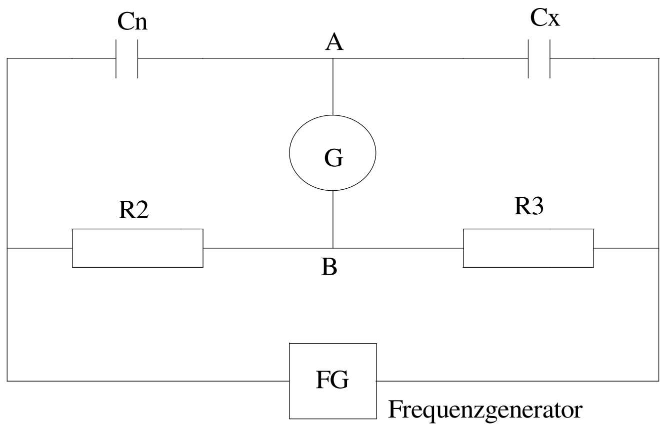


Bild 4.1

Der bekannte Widerstand wird hierbei durch eine bekannte Kapazität *Cn* ersetzt. Anstelle der Widerstände *R2* und *R3* wird ein Schleifdraht eingesetzt. Die Länge *a* am Schleifdraht entspricht dann *R2* und *b* entspricht demnach *R3*. Als Galvanometer *G* für den Nullabgleich dient uns hier ein Oszilloskop, da man mit diesem den Wechselspannungsabgleich gut überprüfen kann. Die zu messende Kapazität wird an der Stelle *Cx* eingesetzt.
Die Abgleichbedingung für die Meßbrücke an Gleichspannung lautet:

$$\frac{Rn}{Rx} = \frac{Ra}{Rb} = \frac{a}{b}$$

Wenn man nun die Meßbrücke an Wechselspannung wie Bild 4.1 zeigt anschließt, muß man *Rx* und *Rn* durch den Wechselstromwiderstand der Kapazitäten ersetzen. Es ergibt sich dann:

$$\frac{X_{Cn}}{X_{Cx}} = \frac{Ra}{Rb} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{X_{Cn}}{X_{Cx}} = \frac{\frac{1}{j\omega Cn}}{\frac{1}{j\omega Cx}} = \frac{Cx}{Cn}$$

$$\frac{Cx}{Cn} = \frac{a}{b}$$

Wie man sieht ist die Abgleichbedingung frequenzunabhängig. Aus der bekannten Kapazität *Cn* und den Längen der Schleifdrahtabschnitte *a* und *b*=*l*-*a* berechnen:

$$\boxed{Cx = Cn\frac{a}{l-a}}$$

Versuchsdurchführung

Wir haben die Messungen zur Bestimmung der verschiedenen Kapazitäten wie in der Versuchsanleitung beschrieben durchgeführt. Da der Elko einen ohmschen Widerstand besitzt, ist kein Nullabgleich sondern nur ein Abgleich auf ein Minimum möglich. Um doch einen Nullabgleich erreichen zu können haben wir zum Kondensator Cn einen variablen Widerstand parallel geschaltet.

Meßergebnisse

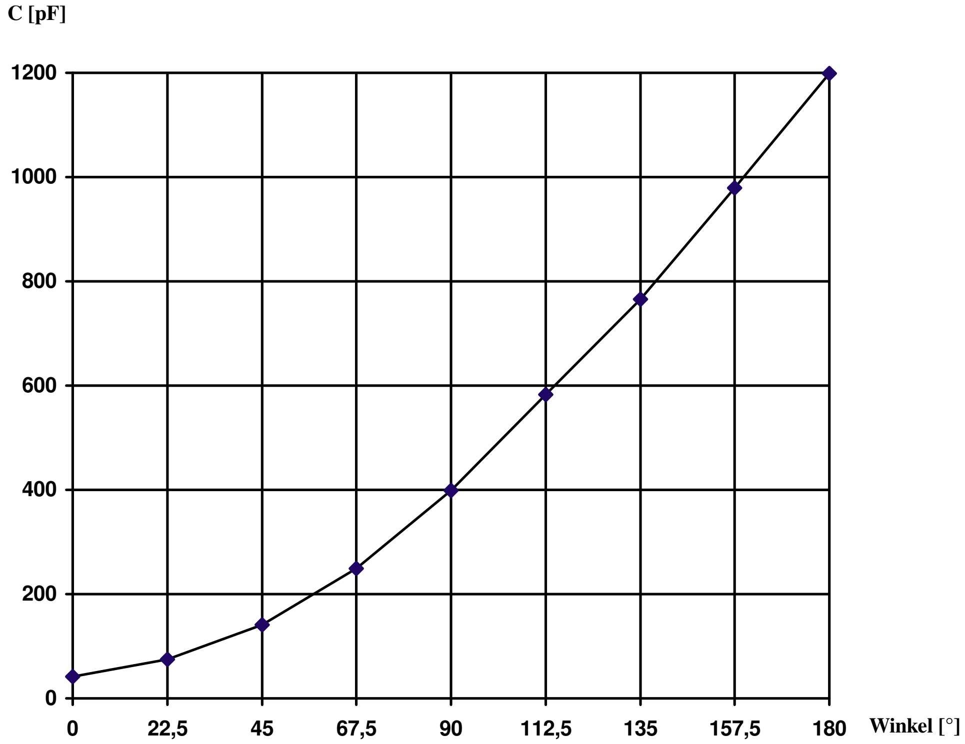
Die Meßergebnisse wurden in das Meßprotokoll eingetragen. Daraus ergibt sich folgende Tabelle:

Meßobjekt	Cn [F]	a [mm]	Cx [F]	ΔCx [F]	ΔCx/Cx [%]
Leidener Flasche	760p	624	1,26n	5,38p	0,4
Kondensator A	2,3n	484	2,16n	8,64p	0,4
Kondensator B	102,3n	917	1,13µ	14,85n	1,3
Kondensator B mit R	102,3n	913	1,07µ	13,52n	1,3
Kondensator C	2,3n	792	8,76n	53,16p	0,6
abgeschirmte Leiter	760p	182	169,1p	1,14p	0,7
verdrillte Leiter	760p	88	73,3p	0,91p	1,2

Für die eingestellten Winkel beim Drehkondensator ergibt sich folgende Tabelle:

Winkel [°]	Cn [pF]	a [mm]	Cx [pF]	ΔCx [F]	ΔCx/Cx [%]
0	760	52	41,69	0,85	2
22,5	760	89	74,25	0,92	1,2
45	760	157	141,54	1,07	0,8
67,5	760	247	249,3	1,34	0,5
90	760	344	398,54	1,78	0,4
112,5	760	434	582,76	2,37	0,4
135	760	502	766,1	3,06	0,4
157,5	760	563	979,13	3,98	0,4
180	760	612	1198,76	5,05	0,4

Diese Ergebnisse wurden in folgendes Diagramm eingetragen:



Wie man erkennen kann, ist die Kapazität des Drehkondensators nicht linear, sondern expotentiell von dem Winkel abhängig.

Die Frequenzunabhängigkeit des Aufbaus haben wir getestet, indem wir bei verschiedenen Kondensatoren nach dem Nullabgleich die Frequenz verändert haben. Am Oszilloskop hat sich dabei keine Veränderung gezeigt. Da sich also bei verschiedenen Frequenzen die Länge *a* nicht ändert, kann man davon ausgehen, daß der Versuchsaufbau frequenzunabhängig ist.

Fehlerbetrachtung

Bei diesem Versuch können folgende Fehler auftreten:
— keine Symmetrie im Aufbau
— falsche Meßwertübermittlung zwischen den Praktikanten
— den Nullabgleich am Oszilloskop nicht richtig abgelesen
— Toleranzen von Cn (vernachlässigbar klein)
— Ablesefehler am Schleifdraht (Δa = 1mm)

Die Symmetrie des Aufbaus haben wir getestet, indem wir die Kapazitäten *Cn* und *Cx* bei den Kondensatoren A und C vertauscht haben (siehe Meßprotokoll). Da sich jeweils $a_{Neu}=l-a_{Alt}$ ergibt, kann man davon ausgehen, daß der Versuchsaufbau symmetrisch ist.

Die in den Tabellen angegebenen absoluten Fehler *ΔCx* errechnen sich nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung wie folgt:

$$\Delta Cx = \frac{dCx}{dCn}\Delta Cn + \frac{dCx}{dl}\Delta l + \frac{dCx}{da}\Delta a$$

Da man aber *ΔCx* und *Δl* vernachlässigen kann ergibt sich:

$$\Delta Cx = \frac{dCx}{da}\Delta a = Cn\frac{d}{da}\left(\frac{a}{l-a}\right)$$

$$\boxed{\Delta Cx = Cn\frac{l}{(l-a)^2}\Delta a}$$

Für den relativen Fehler *ΔCx/Cx* ergibt sich somit:

$$\frac{\Delta Cx}{Cx} = \frac{Cn\frac{l}{(l-a)^2}\Delta a}{Cn\frac{a}{l-a}} = \frac{l(l-a)\Delta a}{a(l-a)^2}$$

$$\boxed{\frac{\Delta Cx}{Cx} = \frac{l}{a(l-a)}\Delta a}$$

In dem Diagramm wurden keine Fehlerbalken eingetragen, da diese zu klein geworden wären. (größte Fehler 5,05pF und 1,25°)

zu Theoretische Grundlagen

In der Umrechnung der Formel gilt die Zeile

$$\frac{X_{Cn}}{X_{Cx}} = \frac{\frac{1}{j\omega Cn}}{\frac{1}{j\omega Cx}} = \frac{Cx}{Cn}$$

nur, wenn die ohmschen Widerstände der reellen Kondensatoren vernachlässigbar klein sind.

zu Meßergebnisse

Der Absatz unter dem Diagram muß lauten:
Wie man erkennen kann, ist die Kapazität des Drehkondensators nicht linear abhängig. Das liegt daran, daß wenn die Platten sich ganz herausgedreht haben die Kappazität nicht null sein kann, da die Kondensatorplatten nun parrallel zu einander stehen und ihr Abstand bei weitem nicht unendlich groß ist. Deshalb verbiegt sich die Kurve, je näher man zur 0 kommt.

zu Fehlerbetrachtung

Da die Fehler unabhängig von einander sind, errechnen sich die Fehler wie folgt:

$$\Delta Cx = \sqrt{\left(\frac{\delta Cx}{\delta Cn}\Delta Cn\right)^2 + \left(\frac{\delta Cx}{\delta l}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{\delta Cx}{\delta a}\Delta a\right)^2}$$

Da man aber ΔCx und Δl vernachlässigen kann ergibt sich:

$$\Delta Cx = \sqrt{\left(\frac{\delta Cx}{\delta a}\Delta a\right)^2} = \frac{\delta Cx}{\delta a}\Delta a = Cn\frac{\delta}{\delta a}\left(\frac{a}{l-a}\right)$$

$$\boxed{\Delta Cx = Cn\frac{l}{(l-a)^2}\Delta a}$$