

Betrachtung der Einstellungen und Meßgrößen

Bevor der Versuch ausgewertet werden kann, müssen die Einheiten in Grundeinheiten des MKSA-Systems umgerechnet werden und die nötigen Formeln umgestellt werden.

$$\text{x-t-Schreiber : } 300 \text{ mm/min} = \underline{5 \text{ mm/s}}$$

$$\text{Widerstand der Ladekurve: } (R_1 \parallel R_E)$$

$$(100 \text{ k}\Omega \parallel 200 \text{ k}\Omega) = \underline{66 \frac{2}{3} \text{ k}\Omega \pm 1\%}$$

$$\text{Widerstand der Entladekurve: } (R_1 \parallel R_E) \parallel (R_V + R_E)$$

$$(100 \text{ k}\Omega \parallel 200 \text{ k}\Omega) \parallel (2 \text{ M}\Omega + 200 \text{ k}\Omega) = \underline{64 \frac{12}{17} \text{ k}\Omega \pm 1\%}$$

Wobei an R_1 proportional zum Strom eine Spannung abfällt, die dazu genutzt wird, den Lade-/ Entladestrom am x-t-Schreiber aufzunehmen. Die beiden Widerstände R_E sind die Innenwiderstände des Schreibers. R_V ist der Vorwiderstand für die Bestimmung, der abfallenden Spannung an den Kapazitäten.

Bestimmung der Kapazität:

$$\tau = R \cdot C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

Gleichung 5.0

Gleichung 5.1

Auswertung der Messungen

Für die Berechnung der Kapazität, über die Lade-/Entladekurve stehen drei verschiedene Möglichkeiten für die Bestimmung der Zeitkonstanten τ zur Verfügung, die alle bei der Auswertung des Versuchs verwendet werden. Außerdem wird bei der Auswertung der Ergebnisse nur die Entladekurve verwendet, da dort die Widerstandsberechnung für die Zeitkonstante τ leichter ist, ansonsten sind Lade- und Entladekurve für die Berechnung identisch.

1. Aus dem Abfall/Anstieg der Spannung/Strom auf den e-ten Teil
2. Das Zeitintervall unter der Tangente (Berührungspunkt Tangente Lade-/Entladekurve zum Schnittpunkt Zeitachse und Tangente)
3. Steigung der Geraden aus der halblogarithmischen Darstellung

Zu 1.)

Auf diese Weise wurde die Zeitkonstante für alle Verschaltungen der Kapazitäten bestimmt und darüber die Kapazität in Tabelle 1 ermittelt. Bei dieser Art der Bestimmung ist es vollkommen, egal welchen Startwert man annimmt, da die Exponentialfunktion, wenn man sie durch sich selbst teilt, eine Gerade ergibt, d.h. die Steigung an jeder Stelle ist gleich. Die Steigung ist in einer solchen Darstellung auf der x-Achse abzulesen, was bei uns dann die Zeitachse darstellt. Somit kann ein beliebiger Startwert t_0 gewählt werden, und zum Zeitpunkt t_1 besitzt die e-Funktion den e-ten Teil der Spannung. Daraus folgt $\tau = (t_1 - t_0)$. Aus unserer Aufzeichnung ist τ wie folgt zu ermitteln:

$$\tau = \frac{\Delta x}{v_{\text{Schreiber}}}$$

Gleichung 5.2

	C2	C1	Reihenschaltung	Parallelschaltung
x[mm] nach 1.)	11,00	10,75	5,75	22,50
v[mm/s]	5	5	5	5
tau[s] nach 1.)	2,20	2,15	1,15	4,50
tau[s] nach 2.)	2,20	2,20	Nicht best.	4,40
tau[s] nach 3.)	Nicht best.	Nicht best.	Nicht best.	4,40
Fehler tau [s] +/-	0,101	0,101	0,100	0,104
C[μF] nach 1.)	34,00	33,23	17,77	69,55
C[μF] nach 2.)	34,00	34,00	Nicht best.	68,00
C[μF] nach 3.)	Nicht best.	Nicht best.	Nicht best.	68,00
Fehler C [μF] +/-	1,60	1,60	1,56	1,76

Tabelle 1

Zu 2.)

Bei dieser Art wird zu einem Zeitpunkt t_0 eine Tangente an die Kurve gelegt, die zum Zeitpunkt t_1 die Zeitachse (x-Achse) schneidet. Aus der Differenz zwischen t_1 und t_2 ergibt sich τ wie folgt: $\tau = (t_1 - t_2)$. Die Kapazitäten C_1 und C_2 und deren Parallelschaltung wurde auf diese Weise bestimmt und in Tabelle 1 dargestellt.

Zu 3.)

Bei einer halblogarithmischen Darstellung, im natürlichen Logarithmus, werden die Werte einer Achse in das Argument des Logarithmus eingesetzt. Bei unserer Darstellung werden die Werte der Spannung über die Zeit in den natürlichen Logarithmus eingesetzt, da dies die Umkehrfunktion der e-Funktion ist und sich daher eine Gerade mit konstanter Steigung erzeugen läßt. Hierzu werden zur Vereinfachung der Rechnung nur gerade Zahlenwerte genommen. Die Steigung der Geraden wird durch den Quotienten

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = m = \frac{1}{\tau}$$

Gleichung 5.3

gebildet, woraus sich dann τ aus der Gleichung 5.3 wie folgt ergibt.

$$\tau = \frac{\Delta x / v_{\text{Schreiber}}}{\Delta y} = \frac{\frac{22\text{mm}}{5\text{mm/s}}}{10\text{mm}} = 0,44\text{s}$$

Gleichung 5.4

Δy ist in diesem Fall einfach nur der Abstand in mm, da für die Logarithmierung die tatsächliche Einheit nicht betrachtet werden kann, weil das Argument im \ln keine Einheit besitzen darf. In diesem Versuch wurde die Parallelschaltung der Kondensatoren so bestimmt.

Herleitung der Formel für die Kapazität von Parallel- und Reihenschaltung

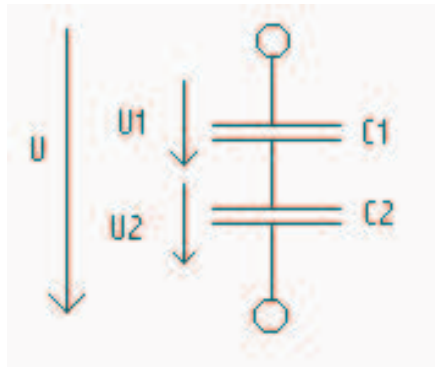


Bild 5.1

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 + U_2 \\
 I &= I_1 = I_2 \\
 t &= t_1 = t_2 \\
 Q &= I \cdot t = I_1 \cdot t_1 = I_2 \cdot t_2 = Q_1 = Q_2 \\
 \frac{U}{Q} &= \frac{U_1 + U_2}{Q} = \frac{U_1}{Q_1} + \frac{U_2}{Q_2} \\
 \frac{1}{C} &= \frac{U}{Q} = \frac{U_1}{Q_1} + \frac{U_2}{Q_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}
 \end{aligned}$$

Herleitung 5.1

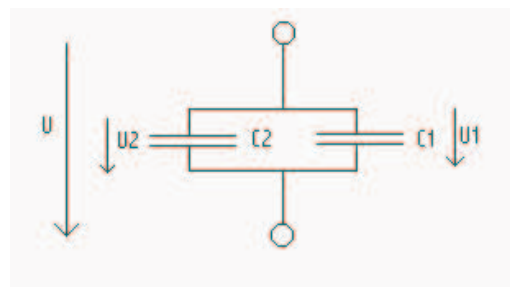


Bild 5.2

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 = U_2 \\
 I &= I_1 + I_2 \\
 t &= t_1 = t_2 \\
 Q &= I \cdot t = t \cdot (I_1 + I_2) \\
 C &= \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2}{U} = \frac{Q_1}{U_1} + \frac{Q_2}{U_2} = C_1 + C_2
 \end{aligned}$$

Herleitung 5.2

Diskussion der Meßergebnisse

Wie in Tabelle 1 zu sehen ist unterscheiden sich die verschiedenen Arten der Taubestimmung nur im Bereich der Meßfehler. Außerdem kann man feststellen, daß die Formeln für die Herleitung der Reihen- und Parallelschaltung auch korrekt sind. Da, wenn man die Werte der Kondensatoren C_1 und C_2 in die jeweilige Formel einsetzt und berechnet, die Ergebnisse im Rahmen der Fehlerrechnung bleiben.

$$C_p = C_1 + C_2 = 34,00\mu F + 34,00\mu F = \underline{\underline{68,00\mu F}} \leftrightarrow 69,55\mu F \pm 1,76\mu F$$

$$C_R = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{34,00\mu F} + \frac{1}{33,23\mu F}} = \underline{\underline{16,81\mu F}} \leftrightarrow 17,77\mu F \pm 1,56\mu F$$

Fehlerbetrachtung

Während des Versuches können folgende Fehler auftreten.

- Abweichung des Papiervorschubs
- Trägheit des Schreiberarms
- Zeitverzögerung bei der Umschaltung von Laden auf Entladen des Kondensators
- Leckströme im Kondensator und der Schaltung (über parallelgeschalteten Schreiber)
- Auswertung der Messergebnisse
- Ungenauigkeit beim Ablesen des Lineals ($\pm 0.5\text{mm}$)
- Zeichnerische Lösung nicht ungenau ($\pm 0.5\text{mm}$)

Fehlerrechnungen:

Widerstände: Da die einzelnen Widerstände einen maximalen Fehler von 1% haben, weicht der Fehler des Gesamtwiderstandes davon nicht ab.

Zeitkonstante: Da bei allen drei Verfahren eine zeichnerische Auswertung erfolgte, ist die Fehlerrechnung überall die gleiche.

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= \sqrt{\left|\frac{\partial\tau}{\partial x} \cdot \Delta x\right|^2 + \left|\frac{\partial\tau}{\partial v_{\text{Schreiber}}} \cdot \Delta v_{\text{Schreiber}}\right|^2} \\ &= \sqrt{\left|\frac{1}{v_{\text{Schreiber}}} \cdot \Delta x\right|^2 + \left|\frac{x}{-(v_{\text{Schreiber}})^2} \cdot \Delta v_{\text{Schreiber}}\right|^2} \\ &= \sqrt{\left|\frac{1}{5\text{mm/s}} \cdot 0,5\text{mm}\right|^2 + \left|\frac{11,00\text{mm}}{-(5\text{mm/s})^2} \cdot \frac{1}{30}\text{mm/s}\right|^2} = 0,101\text{s}\end{aligned}$$

Kapazität: Der Fehler in der Kapazität hängt vom Fehler der Widerstände und dem Fehler der Zeitkonstanten ab und ist formeltechnisch bei allen Messungen derselbe.

$$\Delta C = \sqrt{\left|\frac{\partial C}{\partial R} \cdot \Delta R\right|^2 + \left|\frac{\partial C}{\partial \tau} \cdot \Delta \tau\right|^2} = \sqrt{\left|-\frac{\tau}{R^2} \cdot \Delta R\right|^2 + \left|\frac{\Delta \tau}{R}\right|^2}$$

Verwendete Meßgeräte und Bauteile:

- SERVOREC 220 / InventarNr.: 020000219
- Kondensatoren / InventurNr.: 020000174

Verwendete Literatur:

- Skript der Vorlesung Einführung ET; Prof. Dr. Ing. Baum; Ausgabe 1998
- Grundlagen der Elektrotechnik; Wolfgang Müller-Schwarz; 3. Auflage 1974; Siemens AG