

Geschichte und Theorie

Die ersten Spannungsquellen, die gebaut wurden, waren galvanische Elemente. Sie wurden schon in späten Mittelalter zu Belustigung der höfischen Gesellschaft verwendet, indem sich Schausteller gegenseitig einen Stromschlag gaben. Diese „Batterien“ bestanden damals schon aus verschiedenen metallischen Gegenständen, zwischen denen sich eine säureartige Substanz befand. Heutzutage werden galvanische Elemente noch nach denselben Prinzipien hergestellt, nur daß sie in punkto Leistung und Baugröße wesentlich verbessert wurden.

Das galvanische Element ist eine Spannungsquelle, die ihre Energie aus einer chemischen Reaktion gewinnt. Diese Reaktion funktioniert aufgrund der unterschiedlichen „Leichtigkeit“, wie sich Kationen bzw. Anionen, mit Hilfe einer Säure, aus einem Metall lösen lassen. Dabei wird das Potential der Säure willkürlich gleich null gesetzt und das Metall erhält dann das dementsprechende positive oder negative Potential. Taucht man nun zwei unterschiedliche Metalle in die Säure ein, so entsteht zwischen den beiden ein Potentialgefälle, das gleich der inneren Spannung bzw. Urspannung ist. Da das Lösen der Ionen nicht in beliebiger Geschwindigkeit geschieht, kann man sich leicht vorstellen, daß eine solche „Batterie“ einen chemischen Widerstand besitzt, der in der Elektrotechnik als der Innenwiderstand eines galvanischen Elements bekannt ist. In diesem Versuch sollen nun verschiedene Messungen an solchen Elementen durchgeführt werden.

1. Urspannung von zwei verschiedenen Elementen
2. Innenwiderstand der Elemente in 5 Messungen pro Element
3. Die Polarisationsspannung nach einer Dauerbelastung von ca. 3 min

Urspannung von zwei verschiedenen Elementen

Wenn man ein galvanisches Element über eine Kupferleitung mit 0Ω kurzschließt, stellt man fest, daß das galvanische Element durch die Belastung an thermischer Energie gewinnt. Dies ist nur dadurch zu erklären, daß das Element einen gewissen Innenwiderstand besitzt, der die anfallende Leistung in Wärme verwandelt. Dieser Innenwiderstand ist auch dafür verantwortlich, daß die direkte Spannungsmessung über ein Multimeter nicht den tatsächlichen Wert der inneren Spannung (Urspannung) liefert, sondern nur den resultierenden Wert des Spannungsteilers R_i Element und R_i Multimeter liefert.

Um nun die Urspannung des Elementes zu bestimmen, muß der fließende Strom I_{R_i} kompensiert werden. Dies geschieht durch eine Verschaltung wie in Bild 1 dargestellt. Hier ist das zu messende Element als E_x bezeichnet, und E_0 ist ein gegengeschaltetes Element, dessen Spannung bekannt ist und größer sein muß als E_x . Über den Spannungsteiler ABC wird dann die Spannung AC so

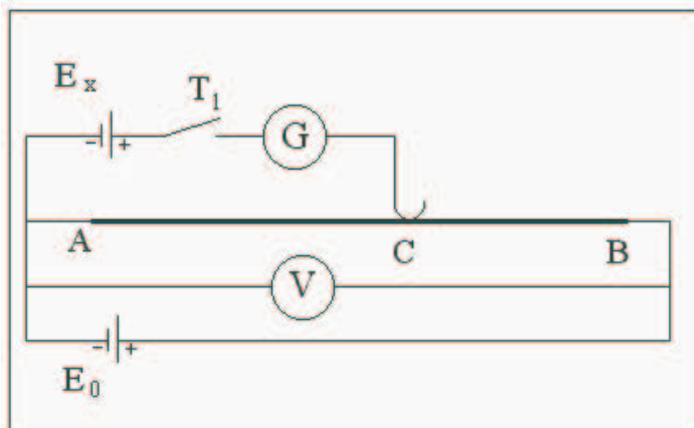


Bild 1

Über den Spannungsteiler ABC wird dann die Spannung AC so

eingestellt, daß im Galvanometer G kein Strom mehr fließt, d.h. die Spannung AC ist der Spannung E_x gleich. Über das Streckenverhältnis des Widerstandes AB kann die Spannung AC wie folgt bestimmt werden:

$$\frac{U_{AC}}{U_{AB}} = \frac{R_{AC}}{R_{AB}} = \frac{\rho \cdot l_{AC} / A}{\rho \cdot l_{AB} / A} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}}$$

Formel 1

$$\Rightarrow U_{AC} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}} \cdot U_{AB} = \frac{0,766m}{1,000m} \cdot 1,995V = \underline{\underline{1,528V}}$$

	Element 1	Fehler +/-	Element 2	Fehler +/-
Strecke AB[mm]	1000	0,5	1000	0,5
Strecke AC[mm]	766	0,5	735	0,5
Spannung AB[V]	1,995	0,001	1,995	0,001
Spannung AC[V]	1,528	0,001	1,466	0,001

Tabelle 1

Bestimmung der Innenwiderstände

Für die Bestimmung des Innenwiderstandes einer Spannungsquelle gibt es zwei gängige Methoden. Bei der ersten Methode wird einfach die Leerlaufspannung der Quelle gemessen und anschließend der Strom im Kurzschlußfall. Dabei wird allerdings der Strom nur fehlerhaft bestimmt, da das Meßwerk des Amperemeters auch einen Innenwiderstand besitzt, der den Strom nicht maximal werden läßt. Die zweite Methode ist die elegantere Art, um den Innenwiderstand zu bestimmen. Bei ihr werden Strom und Spannung bei verschiedenen Belastungen gemessen. Dabei ergeben sich Spannungsdifferenzen im Bezug auf U_0 und der Spannung, die am Verbraucher abfällt. Diese Differenz der Spannung muß demzufolge am inneren Widerstand der Quelle abfallen. Nachdem es sich, im Bezug auf Innenwiderstand und Lastwiderstand um eine Reihenschaltung handelt, gilt laut Kirchhofschen Gesetz, daß die Ströme durch die Verbraucher (Widerstände)

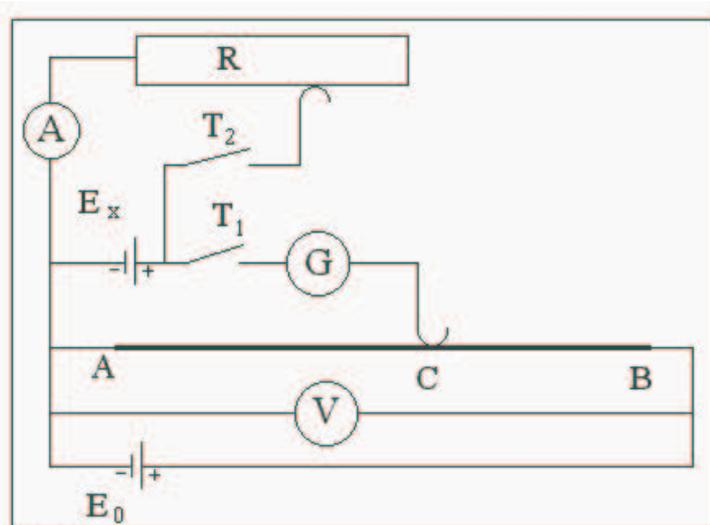


Bild 2

gleich groß sein müssen. Solche Zusammenhänge kann man im Ohmschen Gesetz verwenden, um den Innenwiderstand zu berechnen. Da $U_{Ri} = U_0 - U_{Ra}$ und $I_{Ra} = I_{Ri}$ ergibt sich folgende Formel für R_i :

$$R_i = \frac{U_0 - U_{Ra}}{I_{Ra}} \quad \text{bzw.} \quad R_i = \frac{\Delta U_{Ra}}{\Delta I_{Ra}}$$

Formel 2

Um U_{Ra} zu bestimmen, wurde die Formel mit den Deltas genommen, da sie unabhängig von U_0 ist, außerdem wurde Schaltung 1 (Bild 1) so umgebaut, daß sich daraus Schaltung 2 (Bild 2) ergibt. Dazu wurde der Spannungsteiler ABC wieder so abgestimmt, daß durch das Galvanometer kein meßbarer Strom mehr floß. Die Ergebnisse der Messung und der daraus resultierend Innenwiderstand R_i wurden in Tabelle 2 dargestellt.

Element 1	Strecke AC[mm]	+/- l[mm]	Strom[mA]	+/- I[mA]	Innenwiderstand[Ohm]	+/- Ri [Ohm]
Messung 1	623	0,5	42	0,0024	8,9775	1,80
Messung 2	677	0,5	30	0,0024	5,9850	2,39
Messung 3	695	0,5	24	0,0024	9,3100	7,45
Messung 4	709	0,5	21	0,0024	2,6600	2,13
Messung 5	713	0,5	18	0,0024	5,8742	0,78
Element 1	Strecke AC[mm]	+/- l[mm]	Strom[mA]	+/- I[mA]	Innenwiderstand[Ohm]	+/- Ri [Ohm]
Messung 1	694	0,5	36	0,0024	3,9900	1,60
Messung 2	706	0,5	30	0,0024	1,6625	0,67
Messung 3	711	0,5	24	0,0024	3,3250	2,66
Messung 4	716	0,5	21	0,0024	3,3250	2,66
Messung 5	721	0,5	18	0,0024	1,5517	0,21

Tabelle 2

Bestimmung der Polarisationsspannung

Für die Berechnung der Polarisationsspannung ist die Versuchsanordnung wie im Teil 2 beibehalten worden, nur wurde der Taster T2 durch einen Schalter ersetzt, damit die Messung möglichst genau wird. Damit der Fehler möglichst klein ist, wurde die Meßbrücke immer im unbelasteten Zustand der Schaltung abgeglichen. Um nun die Polarisationsspannung zu einem bestimmten Zeitpunkt zu bestimmen, muß erst die Spannung im unbelasteten Zustand bestimmt werden, dies geschieht wie im Punkt 1 und danach wird die Schaltung ein Zeit lang belastet, um danach die Quellenspannung erneut im unbelasteten Zustand zu überprüfen. Danach ergibt sich U_{polar} nach Formel 3.

$$U_{polar} = U_{end} - U_{anf} = \frac{l_{AC_{end}}}{l_{AB}} \cdot U_{AB} - \frac{l_{AC_{anf}}}{l_{AB}} \cdot U_{AB} = \frac{U_{AB}}{l_{AB}} (l_{AC_{end}} - l_{AC_{anf}})$$

Formel 3

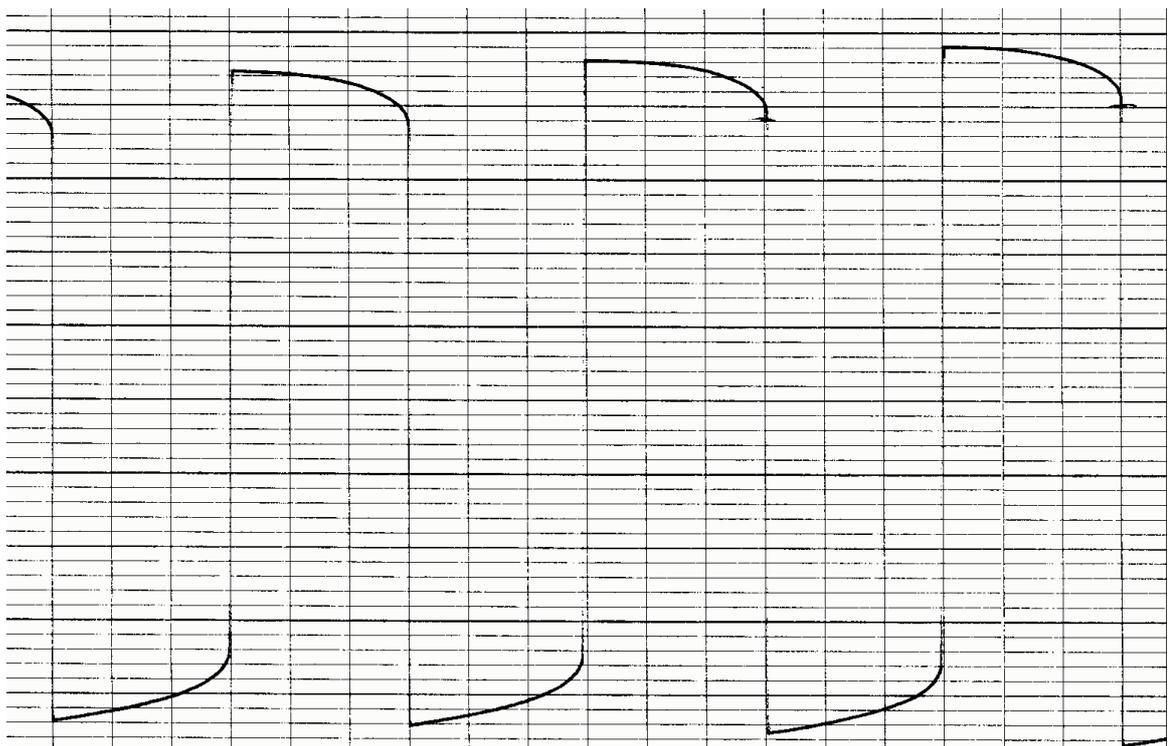
Bei der Belastung von 3min. haben sich daraus folgende Werte für das erste Element ergeben.

Element 1	Werte	Fehler +/-
Strecke AB[mm]	1000	0,5
Strecke AC[mm] vorh.	766	0,5
Strecke AC[mm] nach.	755	0,5
Spannung AB[V]	1,995	0,001
Spannung AC[V] vorh.	1,528	0,00147
Spannung AC[V] nach.	1,506	0,00147
Polarisationssp. [mV]	-21,94	0,00208

Tabelle 3

Die Polarisationsspannung kann auch mit Hilfe eines x-t-Schreibers graphisch dargestellt werden, in dem man in der Schaltung nach Bild 2 das Galvanometer durch den Schreiber ersetzt. Dies wurde auch bei der Durchführung unseres Versuches bei Element 2 durchgeführt. In Bild 3 kann der Graph dieser zeitlichen Funktion interpretiert werden.

Im Einschaltmoment bricht die Spannung am Element zusammen, was dadurch zu sehen ist, daß durch den Innenwiderstand des Schreibers ein Strom fließt, der als Spannungsabfall am Innenwiderstand dargestellt wird. Im weiteren zeitlichen Verlauf ist zu erkennen, daß die Spannungsdifferenz zwischen dem Widerstand AC und dem Element immer noch weiter zunimmt. Dies ist durch die Entstehung der Polarisationsspannung zu erklären. Nimmt man den Verbraucher wieder aus dem Stromkreis so ist zu bemerken, daß die Spannungsquelle nicht sofort auf die Spannung U_0 zurückkehrt, sondern erst allmählich. Dadurch erkennt man, daß die Polarisationsspannung nicht sofort abgebaut werden kann. Würde die Aufzeichnung über ein neues Element von statten gehen, wäre auch zu erkennen, daß die Polarisationsspannung nicht in gleicher Geschwindigkeit abgebaut wie aufgebaut werden



kann.

Fehlerbetrachtung

Während der Durchführung des Versuches können Fehler nicht vermieden werden. Darum muß jedes Meßergebnis mit einem Fehler angegeben werden, der sich nach den folgenden Formeln für jeden Wert separat berechnen läßt. In die Formeln wurden hier in diesem Unterpunkt keine Werte eingesetzt, um die Formeln allgemeingültig für den gesamten Versuch zu machen.

Außerdem ist zu berücksichtigen, daß bei der Bestimmung der Meßergebnisse sehr großes Fehler aufgetreten sind, dies ist darauf zurückzuführen, daß der Messung ein überaltertes galvanisches Element zugrunde lag.

Fehler Urspannung:

$$\begin{aligned} \text{Fehler} &= \pm \sqrt{\left[\frac{\partial \left(\frac{l_{AC} \cdot U_{AB}}{l_{AB}} \right)}{\partial l_{AB}} \cdot \Delta l_{AB} \right]^2 + \left[\frac{\partial \left(\frac{l_{AC} \cdot U_{AB}}{l_{AB}} \right)}{\partial l_{AC}} \cdot \Delta l_{AC} \right]^2 + \left[\frac{\partial \left(\frac{l_{AC} \cdot U_{AB}}{l_{AB}} \right)}{\partial U_{AB}} \cdot \Delta U_{AB} \right]^2} \\ &= \pm \sqrt{\left(-\frac{l_{AC} \cdot U_{AB}}{l_{AB}^2} \cdot \Delta l_{AB} \right)^2 + \left(\frac{U_{AB}}{l_{AB}} \cdot \Delta l_{AC} \right)^2 + \left(\frac{l_{AC}}{l_{AB}} \cdot \Delta U_{AB} \right)^2} \end{aligned}$$

Fehler Innenwiderstand

$$\text{Fehler} = \pm \sqrt{\left[\frac{\partial \left(\frac{\Delta U_{R_A}}{\Delta I_{R_A}} \right)}{\partial \Delta I_{R_A}} \cdot \Delta I \right]^2 + \left[\frac{\partial \left(\frac{\Delta U_{R_A}}{\Delta I_{R_A}} \right)}{\partial \Delta U_{R_A}} \cdot \Delta U \right]^2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{R_A}}{\Delta I_{R_A}^2} \cdot \Delta I \right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta I_{R_A}} \cdot \Delta U \right)^2}$$

Fehler Polarisationsspannung

$$\begin{aligned} \text{Fehler} &= \pm \sqrt{\left[\frac{\partial \left\{ \left(\frac{U_{AB}}{l_{AB}} \right) \cdot (l_{AC_{nach}} - l_{AC_{vor}}) \right\}}{\partial U_{AB}} \cdot \Delta U_{AB} \right]^2 + \left[\frac{\partial \left\{ \left(\frac{U_{AB}}{l_{AB}} \right) \cdot (l_{AC_{nach}} - l_{AC_{vor}}) \right\}}{\partial l_{AB}} \cdot \Delta l_{AB} \right]^2 + \left[\frac{\partial \left\{ \left(\frac{U_{AB}}{l_{AB}} \right) \cdot (l_{AC_{nach}} - l_{AC_{vor}}) \right\}}{\partial l_{AC}} \cdot \Delta l_{AC} \right]^2} \\ &= \pm \sqrt{\left[\left\{ \left(\frac{1}{l_{AB}} \right) \cdot (l_{AC_{nach}} - l_{AC_{vor}}) \right\} \cdot \Delta U_{AB} \right]^2 + \left[\left\{ -\left(\frac{U_{AB}}{l_{AB}^2} \right) \cdot (l_{AC_{nach}} - l_{AC_{vor}}) \right\} \cdot \Delta l_{AB} \right]^2} \end{aligned}$$

Verwendete Meßgeräte

Schaltteilbezeichnung	Gerät/Funktion	Hersteller	Inventarnummer
G	Galvanometer	Metravo 1H-HL	020000205
R	Schleifdrahtbrücke	Phywe	020000161
V	Voltmeter	Voltcraft M3610D	
U_0	Labornetzteil	HERA	020000102
A	Amperemeter	MX1	020000831
T1	Taster		
T2	Taster		

Literatur

Für die Theoretischen Grundlagen wurden folgende Hilfsmittel verwendet:

- Grundlagen der Elektrotechnik; Wolfgang Müller-Schwarz; 3. Auflage 1974; Siemens AG
- Skript der Vorlesung Einführung ET; Prof. Dr. Ing. Baum; Ausgabe 1998