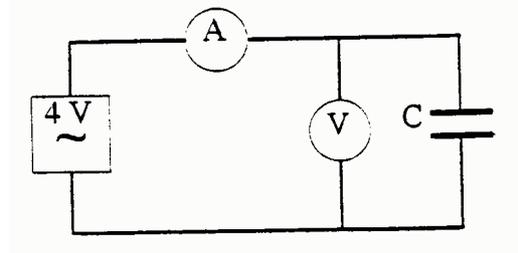


In diesem Versuch ging es darum die Kapazität eines Widerstandes und die Induktivität von Spulen zu bestimmen.

I. Kondensator im Wechselstromkreis

Für die Bestimmung der Kapazität verwendeten wir die folgende Versuchsanordnung.



Dabei kamen folgende Geäte zum Einsatz:

Gerät	Typ / Hersteller	Inventarnummer
Digitalmultimeter	M3610D Voltcraft	
Analogmultimeter	Metravo 1H-LH	020000203
Oszilloskop	HM303-4 Hameg	020000059
Wechselspannungsnetzteil	hera	020000093 (Tischnummer)
Gleichspannungsnetzteil	hera	020000093 (Tischnummer)

Zunächst bauen wir die Schaltung gemäß Plan mit Kondensator A auf und messen Strom und Spannung mit den Digitalmultimetern. Anschließend führten wir die Messung noch mit dem Kondensator B, sowie der Reihenschaltung und der Parallelschaltung der beiden Kondensatoren durch. Dabei ergaben sich die folgenden Werte:

	A	B	C	D	E
1		U	I	C	dC
2	Kondensator A	4,43	0,0225	1,61675E-05	2,00281E-06
3	Kondensator B	4,43	0,0146	1,04909E-05	2,20783E-06
4	Reihenschaltung	4,43	0,0088	6,32327E-06	2,35835E-06
5	Parallelschaltung	4,43	0,0373	2,68021E-05	1,61873E-06

In der Tabelle sind auch gleich noch die Kapazitäten und deren Fehler aufgeführt. Diese wurden nach folgender Formel errechnet:

$$\frac{U}{I} = X_c = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{I}{U \cdot \omega}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} = 314,159\text{Hz}$$

Der genannte Fehler wurde mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet, wobei der Fehler des Stromes 1,8% von 0,2A = 0,0036A und der Fehler des Strom 0,8% von 20V = 0,16V beträgt. Damit folgt:

$$\Delta C = \Delta I \cdot \frac{1}{U \cdot \omega} - \Delta U \cdot \frac{I}{U^2 \cdot \omega}$$

Die Kapazität für die Reihenschaltung der Kondensatoren läßt sich auch mit

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 6,362 \mu F$$

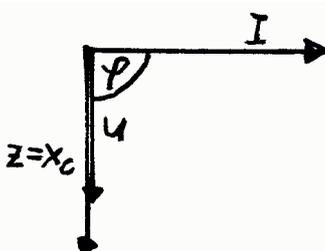
Wie man sehen kann stimmt der gemessene Wert nahezu mit dem aus der Einzelkapazitäten errechnete Wert überein, die Abweichung beträgt nur $0,039 \mu F$, was deutlich geringer als der Meßfehler ist.

Für die Parallelschaltung gilt:

$$C_{ges} = C_1 + C_2 = 26,66 \mu F$$

Dieser Wert weicht von unserem Gemessenen nur um $0,02 \mu F$ ab, was deutlich kleiner ist als der Fehler der Messung.

Als nächstes betrachten wir auf dem Oszilloskop den Verlauf von Strom und Spannung am Kondensator, wobei wir feststellen, daß der Strom der Spannung um 90° voraus eilt. Der Kondensator entspricht also einem idealen Kondensator, dessen Zeigerbild dann wie folgt aussieht:



Dabei sind U und I zeitlich veränderlich, während Z bzw. X_c zeitlich veränderlich ist.

II. Spule im Wechselstromkreis

Um die Induktivität zu bestimmen, verwenden wir die folgenden Versuchsaufbauten:

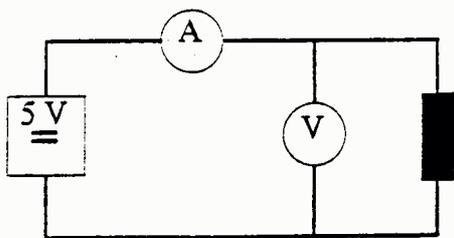


Abb.2

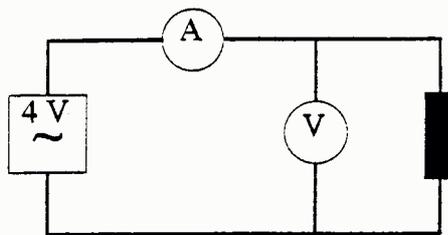


Abb. 3

Da die Spulen nicht ideal sind, sondern auch einen ohmschen Widerstand (Wirkwiderstand) haben, bestimmen wir diesen zunächst mit Hilfe der ersten Schaltung. Dabei ergaben sich die folgenden Werte:

	A	B	C	D	E
1		U	I	R	dR
2	Spule 1200 Wdg	4,72	0,41	11,5121951	-0,27483641
3	Spule 1800 Wdg	4,82	0,06	80,33333333	-1,008333333
4	Spule 3600 Wdg	4,94	0,035	141,142857	-4,33469388

Als nächstes bauen wir die Schaltung gemäß Abb. 3 auf und nehmen wieder Strom und Spannung auf. Um den Wechselstromwiderstand zu bestimmen reicht es nicht einfach U durch I zu teilen, da es zu einer Phasenverschiebung kommt. Beim Kondensator kam es zwar auch zu

einer solchen, aber da wußten wir, das diese 90° beträgt (kein ohmscher Anteil) und so bei der Division der reine Blindwiderstand herauskommt. Die Spule hingegen hat einen ohmschen Anteil, so daß die Phasenverschiebung weniger als 90° beträgt, so daß wir hier den Scheinwiderstand Z herausbekommen. Da wir aber den ohmschen Anteil bereits kennen ist es möglich die Induktivität mit folgender Formel zu bestimmen:

$$\frac{U}{I} = Z_{R+L} = \sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}}$$

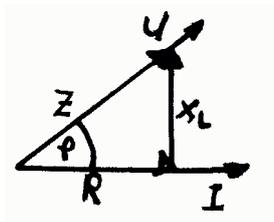
Damit ergeben sich folgende Werte:

	A	B	C	D	E	F
1		U	I	Z	R	L
2	Spule 1200 Wdg	4,31	0,26	16,5769231	11,512	0,03798607
3	Spule 1800 Wdg	4,32	0,0574	75,261324	80,33	#ZAHL!
4	Spule 3600 Wdg	4,36	0,027	161,481481	141,14	0,2498685

Die Induktivität der Spule mit 1800 Windungen läßt sich nicht bestimmen, da hier nach unseren Meßergebnissen der Ohmsche Anteil größer ist, als der der Wechselstromwiderstand Z . Bei der Subtraktion kommt somit eine negative Zahl heraus, aus der dann die Wurzel gezogen werden müßte. Der Wechselstromwiderstand einer Spule kann jedoch nicht kleiner sein, als der ohmsche Anteil, was auf einen Meßfehler hinweist. Sieht man sich die Werte für den Gleichstromwiderstände an, so kann man den Fehler sehen. Der Widerstand der Spule mit 1800Wdg müßte genau halb so groß sein wie der der Spule mit 3600Wdg, da es sich bei der mit 1800Wdg um die 3600Wdg mit Mittenabgriff handelt. ES gibt nun zwei Möglichkeiten:

1. Bei der Messung ist ein Fehler aufgetreten. Die könnte durchaus sein, da wir zu Anfang des Versuchs Probleme mit dem einen Meßgerät hatten, so daß wir plötzlich einen dreimal so hohen Wert angezeigt bekamen. Es könnte also sein, daß das Meßgerät fehlerhaft ist. Damit wären dann natürlich alle Messungen mit einem Fehler unbekannter Größe behaftet.
2. Die Spule ist unsymmetrisch. Da wir von einer symmetrischen Anordnung ausgegangen sind, haben wir nicht darauf geachtet, daß wir immer die gleiche Seite der Spule messen. Es kann also sein das wir bei der Gleichstrommessung die eine und bei der Wechselstromseite die andere Seite gemessen haben. Damit hätten wir dann zwei unterschiedlich Spulen miteinander verrechnet.

Das Zeigerbild sieht für die Spulen so aus:



Als nächstes sollte die Veränderung der Induktivität gemessen werden, wenn man in die Luftspule einen Eisenkern einschiebt. Das einschieben eines Eisenkerns erhöht die Induktivität und damit wird auch der Wechselstromwiderstand größer. Für die Spule mit 1200Wdg stellten sich die folgenden Meßwerte ein:

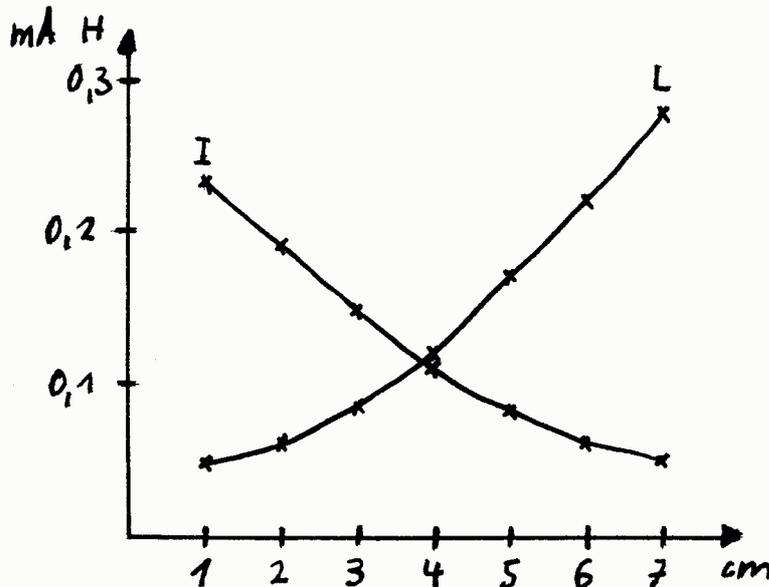
	A	B	C	D	E	F	G
1	Einschubtiefe in cm	l	U	Z	dZ	L	dL
2	1	0,23	4,43	19,2608696	1,95179584	0,04917832	1,7184E-05
3	2	0,19	4,35	22,8947368	2,64958449	0,06302539	3,6768E-05
4	3	0,15	4,35	29	3,96666667	0,08476807	9,62E-05
5	4	0,11	4,37	39,7272727	6,87190083	0,12109159	0,00033144
6	5	0,08	4,38	54,75	12,265625	0,17046508	0,00115564
7	6	0,06	4,37	72,8333333	4,4875	0,22903755	0,00075192
8	7	0,049	4,38	89,3877551	6,00166597	0,28230369	0,00152703

Die Fehlertoleranzen dZ und dL erhält man nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung, indem man die Formeln für U bzw L nach den Fehlern ableitet. Daraus folgt für dZ:

$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow \Delta Z = \Delta U \cdot \frac{1}{I} + \Delta I \cdot \frac{U}{I^2}$$

Für dL folgt:

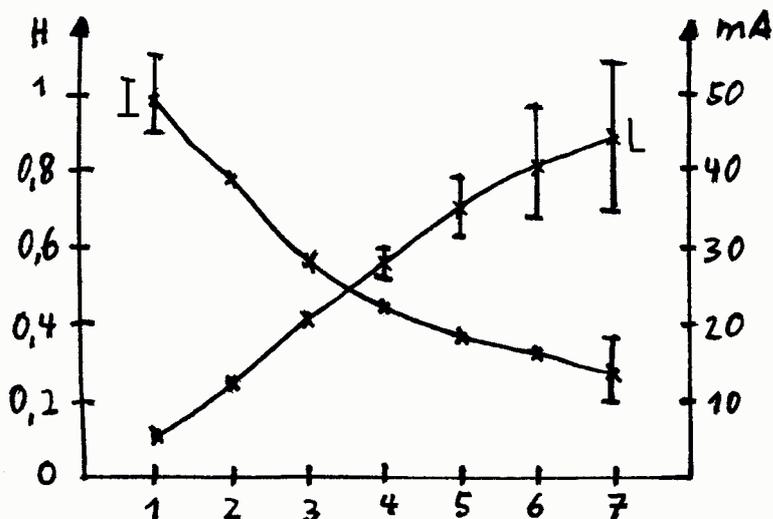
$$L = \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}} \Rightarrow \Delta L = \Delta Z \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}} \cdot \frac{2Z}{\omega^2} + \Delta R \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}} \cdot \frac{-2R}{\omega^2}$$



Hier ist es nicht möglich die Fehlerbalken einzutragen, da die Fehler zu klein sind.

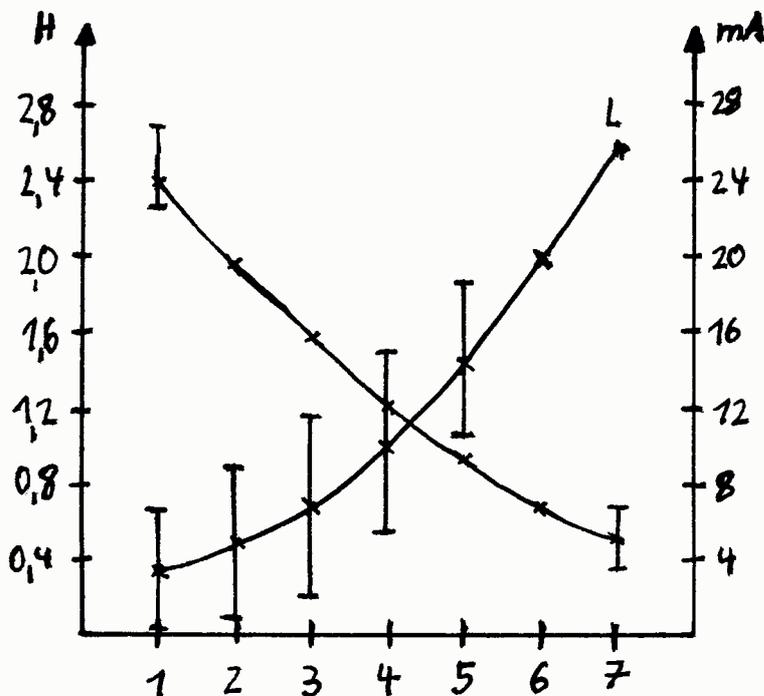
Für die Spule mit 1800Wdg erhielten wir:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Einschubtiefe in cm	l	U	Z	dZ	L	dL
2	1	0,0498	4,36	87,5502008	9,54178158	0,11085354	0,00084911
3	2	0,0393	4,37	111,195929	14,2571334	0,24485237	0,00373769
4	3	0,0288	4,38	152,083333	24,5659722	0,4112586	0,0152489
5	4	0,0221	4,39	198,642534	39,5978788	0,57857939	0,04568707
6	5	0,0187	4,39	234,759358	53,7504647	0,70250559	0,08933558
7	6	0,0164	4,39	267,682927	68,5157644	0,81319839	0,15060654
8	7	0,0148	4,39	296,621622	82,9620161	0,90935109	0,22622252



Für die Spule mit 3600 Wdg

	A	B	C	D	E	F	G
1	Einschubtiefe in cm	l	U	Z	dZ	L	dL
2	1	0,0239	4,37	182,845188	34,2360953	0,3701928	-0,3001515
3	2	0,0208	4,38	210,576923	44,1383136	0,49769378	-0,38793571
4	3	0,0163	4,38	268,711656	69,1633106	0,72821697	-0,49873242
5	4	0,012	4,39	365,833333	123,083333	1,0748751	-0,44767052
6	5	0,0088	4,39	498,863636	222,262397	1,52382604	0,38322899
7	6	0,0068	4,4	647,058824	366,089965	2,01107683	3,07598074
8	7	0,0056	4,4	785,714286	533,673469	2,46157216	8,31978121



Nun betrachten wir den Strom- und Spannungsverlauf mit dem Oszilloskop. Anders als bei den Kondensatoren beträgt hier die Phasenverschiebung nicht 90°, da ein ohmscher Anteil hinzugekommen ist. Die Spannung eilt dem Strom voraus und zwar jeweils:

Spule	Phasenwinkel
1200 Wdg	45°
1800 Wdg	36°
3600 Wdg	28,8°