

Protokoll

zum

Praktikum

# Grundlagen der Elektrotechnik

Versuch Nr.:2

Das Thermoelement

Andreas Trabes (Protokollant)

Mark Geschwindner

Sommersemester 1997

## Inhalt

1. Theorie
  - 1.1. Gleichgewicht und Temperatur
  - 1.2. Der Seeberg-Effekt/ Kontaktpg
2. Praktische Anwendung
3. Versuchdurchführung
  - 3.1. Meßmethode
  - 3.2. Versuchsaufbau
  - 3.3. Bemerkungen zur Messung
4. Meßergebnisse
5. Fehlerbetrachtung
  - 5.1. Lineare Regression
  - 5.2. Fehlerberechnung

# 1. Theorie

## 1.1. Gleichgewicht und Temperatur

Die Temperatur ist eine physikalische Größe, die in der Mechanik und Elektrodynamik unbekannt ist. Jedoch hängt ihre Definition in der Thermodynamik eng mit dem Begriff des (thermischen) Gleichgewichts zusammen. 'Gleichheit der Temperatur zweier Körper ist die Bedingung für das thermische Gleichgewicht zwischen diesen Körpern' (Bohrmann). Deshalb sind Messungen und Definitionen (zunächst) nur im thermodynamischen Gleichgewicht möglich.

Als Gleichgewichtszustand bezeichnet man daher den Zustand eines abgeschlossenen Systems, der sich nach einer unbestimmten langen Zeit einstellt und sich von da ab nicht mehr ändert. Da diese Definition einen Idealfall beschreibt, den es in der Praxis bekanntlich selten gibt, ist es sinnvoll, auch dann von einem thermodynamischen Gleichgewicht zu sprechen, wenn sich die thermodynamischen Zustandsgrößen nur sehr langsam ändern.

Bringt man zwei sich im Gleichgewicht befindende Teilsysteme 'in energetischen Kontakt (kein Materialaustausch)' (Bohrmann), kann man feststellen, daß trotzdem wieder das thermodynamische Gleichgewicht des Gesamtsystems nicht sofort hergestellt ist. Es dauert auch hier wieder einige Zeit, bis sich dieser Gleichgewichtszustand eingestellt hat.

## 1.2. Der Seeberg-Effekt/ Kontaktspannung

Berühren sich zwei verschiedene Metalle, gehen einige Elektronen vom einem (2) zum anderen über (1). Verantwortlich hierfür ist die 'Tiefe der höchsten besetzten Elektronenzustände (Fermi-Grenze), d.h. die Austrittsarbeit der Elektronen' (Gerthsen). Hierbei gibt das Metall mit der schwächeren Austrittsarbeit ab und wird dadurch positiv. Der Elektronenübertritt hört erst dann auf, wenn sich eine *Kontaktspannung* eingestellt hat, die mit gleichem Betrag und entgegengesetzter Richtung der Differenz der Fermi-Niveaus ist. Könnte man die beiden Elektronengase streng nach der Boltzman-Statistik behandeln (in Wirklichkeit gilt für so dichte Gase die Fermi-Statistik), ergäbe sich die Kontaktspannung wieder aus dem Verhältnis der Teilchenzahldichten:

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-e\Delta U/kT} \quad \rightarrow \quad \Delta U = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \quad . \quad (a) ; (b)$$

Formt man zwei solche Metalle zu einem offenen Ring (Abb.1), entsteht im Luftspalt ein elektrisches Feld. Bringt man die beiden Enden dann doch zur Berührung, bildet sich dort die gleiche Kontaktspannung aus. Da aber beide Spannungen gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet sind, fließt im Ring kein Strom.

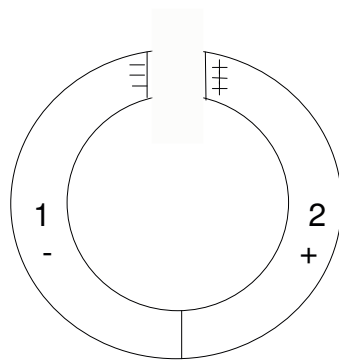


Abb. 1

Erwärmt man dagegen die eine Kontaktstelle, werden die beiden Kontaktspannungen trotz gleichen Verhältnisses  $n_1/n_2$  verschieden (Formeln (a) & (b)), und es fließt ein Thermostrom. Die hierfür benötigte Energie bezieht der Kreis aus der Wärmequelle.

Werden also zum Beispiel zwei Drähte aus verschiedenen Metallen zusammengelötet, kann man nach Anschluß eines Voltmeters, das in einen Draht geschaltet ist, eine **Thermospannung** messen, die nicht nur von den Eigenschaften der Metalle, sondern auch von der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  abhängt. Solche Thermoelemente, bei denen eine Lötstelle auf konstante Temperatur gebracht wird (beispielsweise durch eintauchen in ein Glas Eiswasser), haben als Thermometer den Vorzug großer Empfindlichkeit, geringerer Wärmekapazität und daher sehr geringer Trägheit.

Die Thermospannung ist somit nach Formel (a) und (b) als die Differenz der beiden Kontaktspannungen

$$U_{th} = \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} \Delta T \quad (\text{c}) \quad \text{definiert.}$$

Diese Annahme ist zumindest für weite Bereiche von Metallkombinationen richtig. Allgemeiner liefert die Fermi-Verteilung auch höhere Potenzen von  $\Delta T$ :

$$U_{th} = a\Delta T + b\Delta T^2 \quad (\text{d})$$

Die Empfindlichkeit eines Thermoelements oder *Thermokraft* wird durch die Änderung der Thermospannung

$$\frac{dU_{th}}{dT} = a + 2b\Delta T \quad (\text{e}) \quad \text{bestimmt.}$$

Da das Verhältnis  $\frac{k}{e} = \frac{1}{11600} \frac{J}{CK} = 86 \frac{\mu V}{K}$  beträgt, erwartet man nach Gleichung (a)(b) Thermokräfte in der Größenordnung einiger  $\mu V/K$ .

## 2. Praktische Anwendung

In zahlreichen technischen Prozessen ist die Erfassung der Temperatur von überragender Bedeutung. Zum Beispiel beim Schmelzen, chemischen Reaktionen, Lebensmittelverarbeitung usw. ist die Temperatur ein entscheidender Faktor. So unterschiedlich jedoch die genannten Bereiche sind, so verschieden sind auch die Aufgabenstellungen an die Temperatursensoren, ihre physikalischen Wirkungsprinzipien und technische Ausführung.

Da bei Industrieprozessen die Temperaturmessung meistens an Stellen durchgeführt wird, wo man die Temperatur nicht direkt, wie beim Alltagsthermometer, ablesen kann, ist man auf Meßsysteme angewiesen, die Temperaturen in elektrische Signale umwandeln und zum Ort der Meßwertbearbeitung transportieren.

Man unterscheidet hierbei unter berührender Temperaturmessung und berührungsloser Temperaturmessung. Auf letztere wollen wir jedoch nicht näher eingehen, da sie für unseren Versuch keine Bedeutung hat.

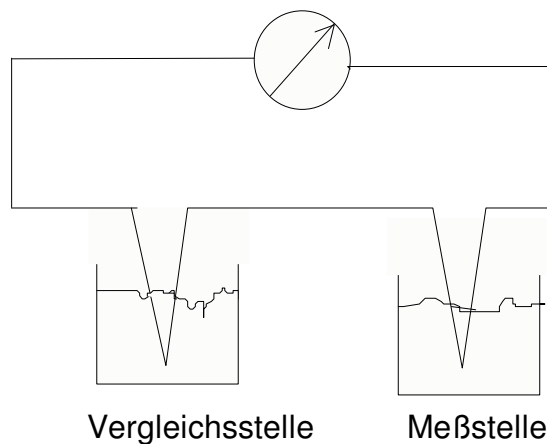
Für Meßobjekte, bei denen eine Berührung möglich ist, eignen sich neben anderen Meßmethoden besonders Thermoelemente. Sie finden in sehr großer Stückzahl Anwendung und werden beispielsweise für die Messung in Gasen, Flüssigkeiten, Schmelzen, Festkörpern an ihrer Oberfläche und im Inneren benutzt. Genauigkeit, Ansprechverhalten, Temperaturbereich und chemische Eigenschaften bestimmen die verwendeten Sensoren und Schutzamaturen.

Thermoelementen liegt der Effekt zugrunde, daß sich an der Verbindungsstelle zweier unterschiedlicher Metalle eine mit der Temperatur zunehmende Spannung ausbildet. Sie bieten z.B. gegenüber Widerstandsthermometern den eindeutigen Vorteil einer höheren Temperatur-Obergrenze von bis zu mehreren tausend Grad Celsius. Ihre Langzeitstabilität ist demgegenüber schlechter (einige Kelvin nach einem Jahr), die Meßgenauigkeit etwas geringer ( im Mittel  $\pm 0,75\%$  vom Meßbereich ). Häufigste Einsatzgebiete sind diejenigen, bei denen Temperaturen oberhalb ca. 250 °C auftreten.

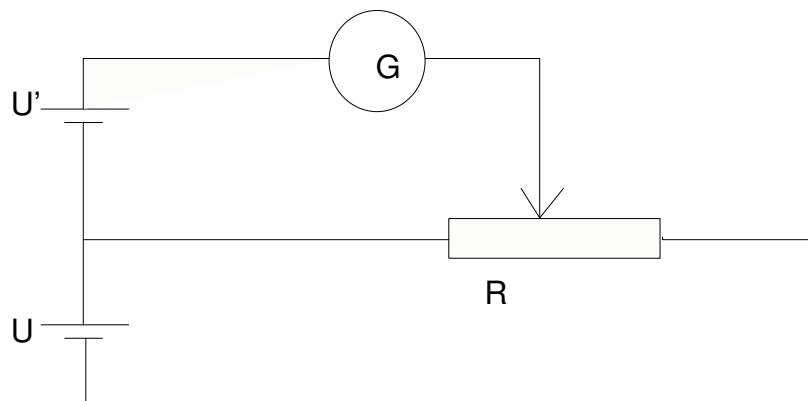
## 3. Versuchsdurchführung

### 3.1. Meßmethode

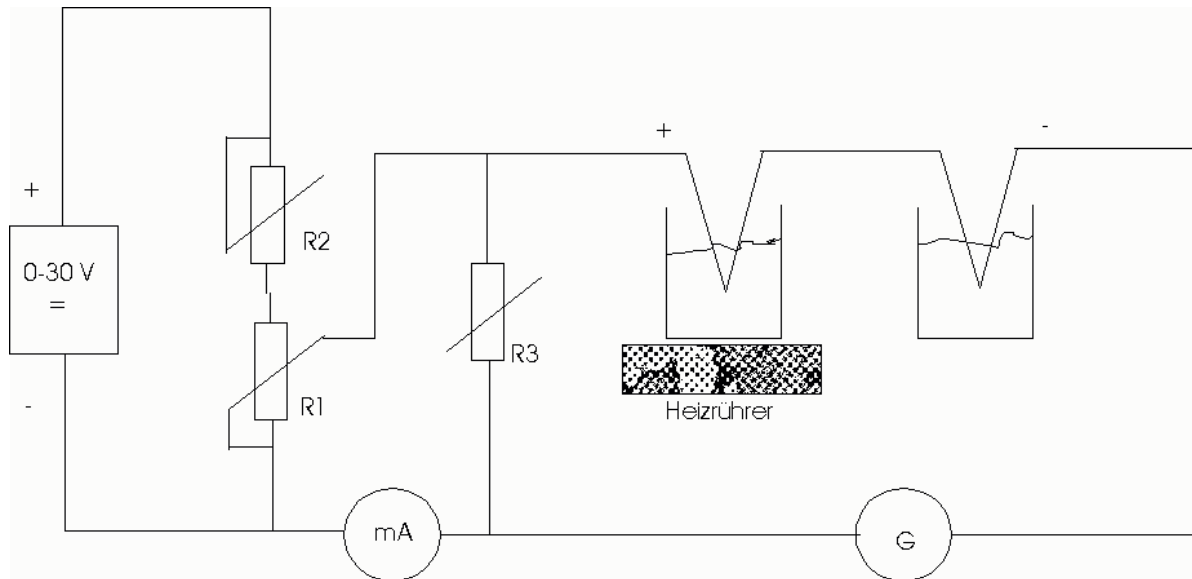
Um die Thermospannung eines Elementes zu messen, muß dieses in einem Stromkreis einen Strom verursachen. So entsteht automatisch eine zweite Verbindungsstelle, nämlich die Vergleichs- oder Kaltlötstelle. Die Thermospannung der Vergleichsstelle wirkt der der Meßstelle entgegen. Der von der verbleibenden Spannungsdifferenz verursachte Thermostrom ist damit von dem Temperaturunterschied zwischen Meß- und Vergleichsstelle abhängig.



Da am Versuchstisch nur Elektrodynamische Meßgeräte zur Verfügung stehen, darf im Thermoelement kein Strom fließen. Deshalb wird die 'Kompensationsmethode' angewandt. Hierbei wird die unbekannte Spannung stromlos gemessen und mit einer gegebenen Spannung  $U$  verglichen. Durch Änderung des Widerstandes  $R$  erreicht man diesen Abgleich, d.h. Stromlosigkeit des Instruments  $G$  (Prinzip des unbelasteten Spannungsteilers).



### 3.2. Versuchsaufbau



R1 = Schiebewiderstand  $10\Omega$   
 R2 = Schiebewiderstand  $1k\Omega$   
 R3 = Widerstandsdekade (zunächst  $1\Omega$ )  
 mA = Amperemeter  
 G = Galvanometer

Mit den Schiebewiderständen R1 und R2 wird der Strom durch das Thermoelement kompensiert. Die Kontrolle erfolgt mit dem 0-Ausschlag des Galvanometers. Beide Thermoelemente befinden sich in jeweils einem Becherglas mit Leitungswasser, wovon eines mit einem Heizrührer erhitzt wird. Der am Amperemeter abgelesene Strom wird notiert. Mit ihm kann man anschließend direkt die Thermospannung ermitteln. Dies liegt daran, daß durch das Thermoelement genau dann kein Strom fließt, wenn der Spannungsabfall an der Widerstandsdekade gleich der Thermospannung ist.

$$\Rightarrow U_{Th} = U_{R3} = I \cdot R_3$$

$U_{th}$  = Thermospannung  
 $I$  = gemessener Strom  
 $R_3$  = Widerstandsdekade

### 3.3. Bemerkungen zur Messung

Beim Erhitzen wurde R3 mit  $1\Omega$  eingesetzt. Um den Meßbereich und somit den Fehler des Multimeters nicht ändern zu müssen, wurde jedoch zu Beginn der 'Abkühlmessung' von Meßwert  $81,5^\circ\text{C}$  bis  $65^\circ\text{C}$  ein  $R_3=2\Omega$  eingesetzt.

Um die Abkühlmessung aus Zeitgründen zu beschleunigen, wurde zunächst bei  $T=76^\circ$  zum erstenmal und bei  $T=41^\circ\text{C}$  zum zweitenmal aktiv gekühlt.

Außerdem wurde zu Gunsten der Genauigkeit darauf verzichtet, die vorgegebene Schrittweite der Meßwerte von  $5^\circ\text{C}$  einzuhalten. Temperaturwerte wurden erst abgelesen, nachdem die Widerstände so eingestellt waren, daß kein Strom mehr geflossen ist.

## 4. Meßergebnisse

Thermospannung beim Erwärmen

$$\Rightarrow U_{\text{Th}}=U_{\text{R3}}=I \cdot R_3$$

Temp [ °C ]	23	29	33,5	38,5	44	49,5	55	59	64,5
<b>Strom [mA]</b>	0,37	0,38	0,50	0,76	0,96	1,20	1,40	1,56	1,69
		4	9	3	6	4	2	6	7
<b>R3 [Ohm]</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>U<sub>th</sub> [mV]</b>	0,37	0,38	0,50	0,76	0,96	1,20	1,40	1,56	1,69
		4	9	3	6	4	2	6	7

Temp [ °C ]	69	77	82	85	90,5
<b>Strom [mA]</b>	1,98	2,0	2,3	2,4	2,7
	6				
<b>R3 [Ohm]</b>	1	1	1	1	1
<b>U<sub>th</sub> [mV]</b>	1,98	2,0	2,3	2,4	2,7
	6				

Thermospannung beim Abkühlen

$$\Rightarrow U_{\text{Th}}=U_{\text{R3}}=I \cdot R_3$$

Temp [ °C ]	81,5	76	69	65	58	54	49,5	45	41
<b>Strom [mA]</b>	1,18	1,11	0,97	0,96	1,62	1,44	1,31	1,19	1,01
		5	2	3	3		1	3	2
<b>R3 [Ohm]</b>	2	2	2	2	1	1	1	1	1
<b>U<sub>th</sub> [mV]</b>	2,36	2,23	1,94	1,92	1,62	1,44	1,31	1,19	1,01
			4	6	3		1	3	2



<b>Temp [ °C ]</b>	<b>36</b>	<b>29</b>	<b>26</b>
<b>Strom [mA]</b>	<b>0,78</b>	<b>0,45</b>	<b>0,25</b>
	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>9</b>
<b>R3 [Ohm]</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>Uth [mV]</b>	<b>0,78</b>	<b>0,45</b>	<b>0,25</b>
	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>9</b>

Die Temperatur der Vergleichsstelle betrug bei beiden Meßreihen 18,7°C, die Speisespannung U 2,1V.

## 5. Fehlerbetrachtung

### 5.1. Lineare Regression

Bei der rechnerischen Variante der Linearen Regression werden mit Hilfe der *Methode der kleinsten Quadrate* ein  $\alpha$  und  $\beta$  errechnet, welche die Summe der Abstände der gemessenen Wertepaare  $(x_i, y_i)$  zur Regressionsgeraden  $y=\alpha x+\beta$  minimalisieren (aus: 'Praktikum der Physik'; Autor unbek.).

Erwärmung:

y-Werte: Thermospannungen

x-Werte: Temperaturwerte

n: Anzahl der Messungen

$$\alpha = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

$$\alpha = \frac{799,5 * 20,247 - 14 * 1375,1195}{799,5^2 - 14 * 51856,25} = \underline{\underline{0,03531}}$$

$$\beta = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

$$\beta = \frac{799,5 * 1375,1195 - 20,247 * 51856,25}{799,5^2 - 14 * 51856,25} = \underline{\underline{-0,5701}}$$

Die allgemeine Funktion dieser Regressionsgeraden ist also

$$y(x)=0,03531*x-0,5701$$

Die gleiche Rechnung wird nun zur Bestimmung der Regressionsgeraden des Abkühlvorganges durchgeführt. Daraus ergibt sich

$$\alpha=0,0372 \quad \beta=-0,5738 \quad \rightarrow$$

$$y(x)=0,0372*x-0,5738$$

## 5.2. Fehlerberechnung

Bei der Fehlerberechnung gehen wir davon aus, keinen systematischen Fehler in der Versuchsanordnung zu haben.

Es fließen jedoch aufgrund der relativ ungenauen Strom- und Temperaturmessungen, sowie der Toleranz der Widerstandsdekade erhebliche statistische Fehler in die Rechenergebnisse mit ein. Folgende Fehler sind für Bauteil und Meßinstrumente angegeben:

Fehler  $\Delta R$  der Widerstandsdekade:  $1\Omega \pm 0,5\%$

Fehler  $\Delta I$  des Amperemeters:  $\pm 1\%$  des Meßbereichs

Fehler des Galvanometers:  $\pm 1,5\%$

Wir gehen des weiteren davon aus, daß der Ablesefehler des Thermometers  $\pm 0,1^\circ\text{C}$  beträgt. Außerdem berücksichtigen wir eine Schwankung der Vergleichstemperatur von  $\pm 1^\circ\text{C}$ , die uns evtl. entgangen ist.

Fehlerberechnung und Fehlerfortpflanzung werden ausschließlich nach dem bekannten Gauß'schen Verfahren durchgeführt. Ausgehend von der

Grundgleichung  $\Delta f = \Delta a \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| + \Delta b \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| + \Delta c \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right| + \dots$  läßt sich die Gauß'sche

Gleichung der Fehlerfortpflanzung erstellen :

$$\Delta f = \sqrt{\Delta a \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right|^2 + \Delta b \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right|^2 + \Delta c \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right|^2 + \dots}$$

$\Delta f$  ist hierbei der absolute Fehler des gesuchten Wertes. a, b, c, ... sind die fehlerbehafteten Einzelwerte der Berechnung.

Bezogen auf die Thermospannung  $U_{\text{th}} = I \cdot R_3$ , bedeutet dies

$$\Delta U_{\text{th}} = R_3 \cdot \Delta I + I \cdot \Delta R_3$$

$R_3 = 1\Omega$  ( $2\Omega$ );  $\Delta I = 0,02\text{mA}$ ;  $I = \text{Temperaturabhg}$ ;  $\Delta R_3 = 0,005\Omega$  ( $0,01\Omega$ )

Beispiel bei Erwärmung  $23^\circ\text{C}$  :

$$\Delta U_{\text{th}} = 1\Omega \cdot 0,02\text{mA} + 0,37\text{mA} \cdot 0,005\Omega = 0,02185\text{mV}$$

relativer Fehler:

$$\frac{\Delta U_{th}}{U_{th}} = \frac{0,02185mV}{0,37mV} = 0,059 \Rightarrow \pm 5,9\%$$

Wie am Beispiel vorgeführt werden nun alle anderen Fehler ermittelt und in einer Tabelle dargestellt.

Erwärmung:

<b>Temp [ °C ]</b>	<b>23</b>	<b>29</b>	<b>33,5</b>	<b>38,5</b>	<b>44</b>	<b>49,5</b>	<b>55</b>	<b>59</b>	<b>64,5</b>
<b>Fehler [%]</b>	5,9	5,7	4,4	3,1	2,6	2,2	1,9	1,8	1,7

<b>Temp [ °C ]</b>	<b>69</b>	<b>77</b>	<b>82</b>	<b>85</b>	<b>90,5</b>
<b>Fehler [%]</b>	1,5	1,5	1,4	1,3	1,2

Abkühlung:

<b>Temp [ °C ]</b>	<b>81,5</b>	<b>76</b>	<b>69</b>	<b>65</b>	<b>58</b>	<b>54</b>	<b>49,5</b>	<b>45</b>	<b>41</b>
<b>Fehler [%]</b>	2,2	2,3	2,5	2,6	1,7	1,9	2,0	2,2	2,5

<b>Temp [ °C ]</b>	<b>36</b>	<b>29</b>	<b>26</b>
<b>Fehler [%]</b>	3,0	4,9	8,2

Wie wir sehen bewegen sich fast alle Fehler deutlich unter 5%. Wir können also davon ausgehen, daß die Meßergebnisse brauchbar sind.

Quellen:

Physik / P. Tipler; Spektrum Akademischer Verlag GmbH Heidelberg, Berlin, Oxford, 1994; S. 394-409  
 Physik für Ingenieure / Bohrmann, Pitka, Stöcker, Terlecki; Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a.M., 1993;  
 Physik / Gerthsen, Kneser, Vogel; Springer Verlag Berlin, 1989;

